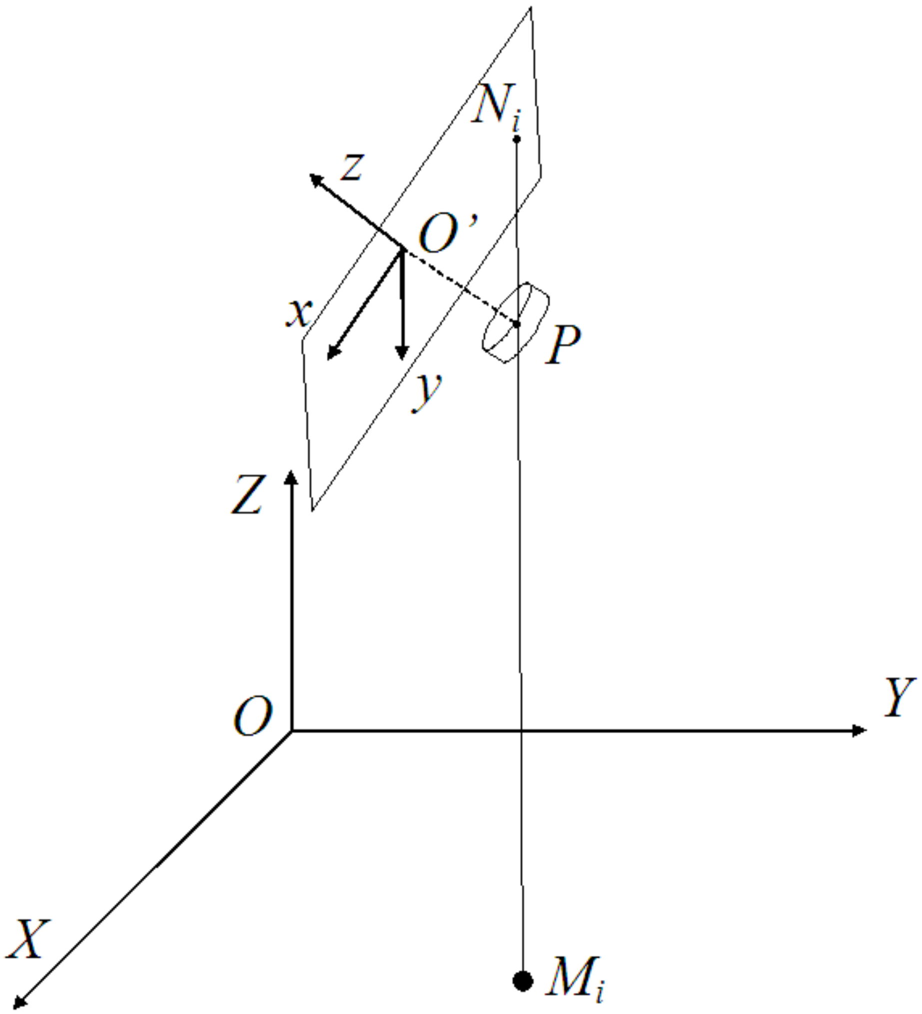
Б.Ц. Бахшиян, Р.Р. Назиров, К.С. Федяев

Москва, ИКИ РАН

ТОЧНОСТЬ ОЦЕНИВАНИЯ КООРДИНАТ РЕПЕРНЫХ ЗНАКОВ НА НЕПОДВИЖНОЙ ЦЕЛИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ БОРТОВОГО ОПТИЧЕСКОГО ДАТЧИКА



Постановка задачи

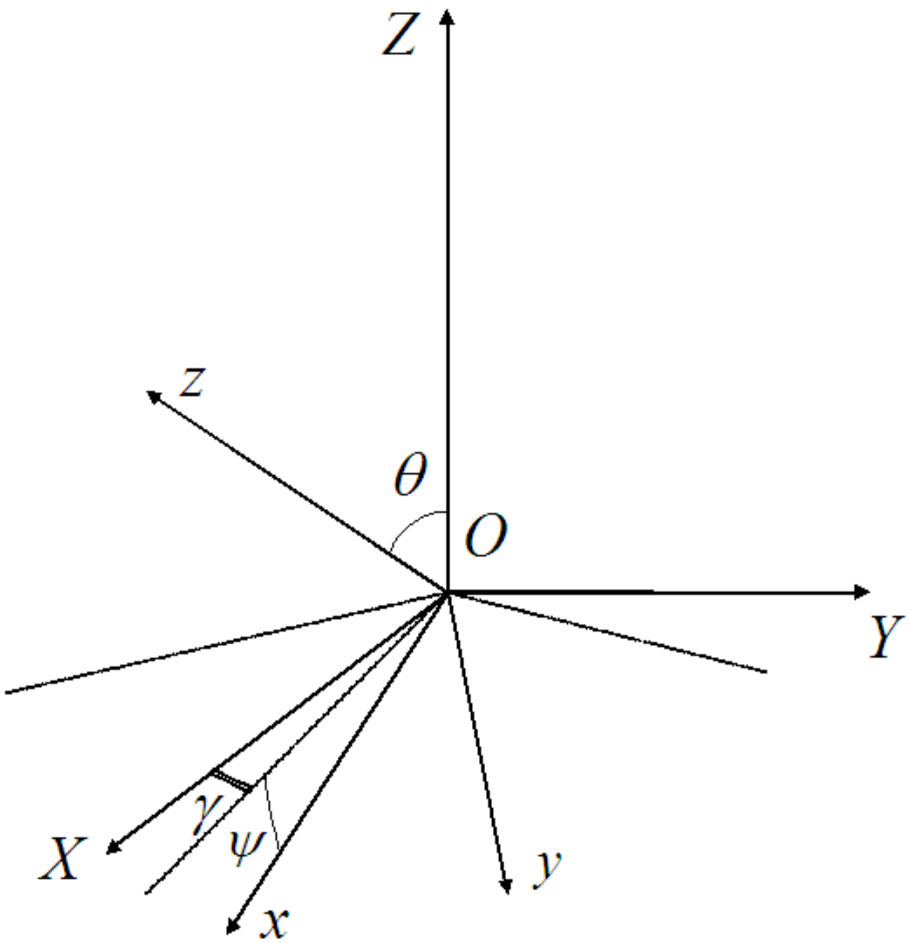
В рассматриваемой модели используются две системы координат:

1. неподвижная $OXYZ$, связанная с посадочной плоскостью;
2. подвижная $O'xyz$, связанная с оптическим датчиком.

M_i – точка на неподвижной цели,
$\mathbf{R}(M_i) = (X(M_i), Y(M_i), 0)'$.

N_i – ее образ на ПЗС-матрице,
$\mathbf{r}(N_i) = (x(N_i), y(N_i), 0)'$.

P – оптический центр,
$\mathbf{r}(P) = \mathbf{f} \doteq (f_x, f_y, f_z)'$.



Угловые характеристики

Неподвижная и подвижная системы координат связываются с помощью трех углов:

угла курса γ,

угла дифферента ψ

угла крена θ.

Пусть $\mathbf{A}$ – матрица поворота, переводящего неподвижную систему координат $OXYZ$ в систему координат Кенига с центром O и осями, параллельными осям $O'x$, $O'y$, $O'z$ подвижной системы координат. Тогда координаты точек M_i в подвижной и неподвижной системах связаны соотношением

$$\mathbf{r}(M_i) = \mathbf{r}(O) + \mathbf{A}' \cdot \mathbf{R}(M_i).$$

Модель измерений

$$\tilde{x}(N_i) = x(N_i) + \xi_{ix},$$
$$\tilde{y}(N_i) = y(N_i) + \xi_{iy},$$

$i = 1, ..., s$, s – число реперных знаков.

Искомые величины: $\mathbf{r}(M_i) = (x(M_i), y(M_i), z(M_i))'$.

Вектор параметров:

$$\mathbf{q} = (\mathbf{R}(P), \gamma, \psi, \theta, \mathbf{f})'.$$

С учетом условия

$$\frac{\mathbf{r}(N_i) - \mathbf{r}(P)}{\|\mathbf{r}(N_i) - \mathbf{r}(P)\|} \quad = \quad \mathbf{g}_i \quad = \begin{pmatrix} g_{ix} \\ g_{iy} \\ g_{iz} \end{pmatrix} \doteq \mathbf{A}' \frac{\mathbf{R}(P) - \mathbf{R}(M_i)}{\|\mathbf{R}(P) - \mathbf{R}(M_i)\|}.$$

модель измерений записывается в виде

$$\tilde{x}(N_i) = f_x - \frac{g_{ix}}{g_{iz}} f_z + \xi_{ix},$$

$$\tilde{y}(N_i) = f_y - \frac{g_{iy}}{g_{iz}} f_z + \xi_{iy}.$$

Оценка вектора $\mathbf{q}$ находится по формуле

$$\hat{\mathbf{q}} - \mathbf{q}^0 = \mathbf{Y}'\tilde{\mathbf{d}},$$

где $\tilde{\mathbf{d}}$ – $(2s+9)$-вектор, составленный из $2s$ нормированно-центрированных измерений и девяти нулевых значений центрированных априорных данных:

$$\frac{\tilde{x}(N_i) - x(N_i)\big|_{q=q^0}}{\sigma_{ix}}, \quad \frac{\tilde{y}(N_i) - y(N_i)\big|_{q=q^0}}{\sigma_{iy}}, \quad i = 1, ..., \mathrm{s}, \; \frac{q_j^0 - q_j^0}{\sigma_j} = 0, \; j = 1, \ldots, 9,$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}'(\mathbf{H}\mathbf{H}')^{-1},$$

$\mathbf{H}$ – матрица размера $9 \times (2s+9)$, составленная из производных величин $x(N_i)$, $y(N_i)$ по компонентам вектора $\mathbf{q}$.

Ковариационная матрица вектора $\hat{\mathbf{q}}$:

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{q}}} = \mathbf{Y}'\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{d}}}\mathbf{Y},$$

В частности, если измерения некоррелированы, то $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{d}}} = \mathbf{I}$ ($\mathbf{I}$ – единичная матрица) и тогда

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{q}}} = (\mathbf{H}\mathbf{H}')^{-1}.$$

Оцениваемые параметры

1 – 3. Вектор $\mathbf{r}(M_k)$ для некоторого k (параметры l_1, l_2, l_3).

4. Угол φ между плоскостью датчика и плоскостью комингс-площадки (параметр l_4).

5. Прицельный параметр $\rho_k = \sqrt{x(M_k)^2 + y(M_k)^2}$ (параметр l_5).

6. Расстояние от начала подвижной системы координат до k-го реперного знака $d_k = \sqrt{x(M_k)^2 + y(M_k)^2 + z(M_k)^2}$ (параметр l_6).

Ковариационная матрица вектора контролируемых параметров $\hat{\mathbf{l}}$ с компонентами $l_1, \ldots, l_6$ определяется по формуле

$$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{l}}} = \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{K}_{\hat{\mathbf{q}}} \left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial \mathbf{q}} \right)' .$$

Здесь

$$\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial \mathbf{q}} = \left(\frac{\partial \mathbf{r}(M_k)}{\partial \mathbf{q}}, \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{q}}, \frac{\partial \rho_k}{\partial \mathbf{q}}, \frac{\partial d_k}{\partial \mathbf{q}} \right)',$$

$\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{q}}}$ – ковариационная матрица вектора $\hat{\mathbf{q}}$.

Точность оценивания при различной информации о коррелированности измерений

Пусть $l_j = \mathbf{b}_j'\mathbf{q}$ – один из контролируемых параметров. Тогда для линеаризованной модели оценивания оценка параметра l_j методом наименьших квадратов имеет вид

$$\hat{l}_j - l_j(\mathbf{q}^0) = \mathbf{X}_j{}'\tilde{\mathbf{d}}, \quad \mathbf{X}_j{}' \doteq \mathbf{b}_j'\mathbf{Y}', \; \mathbf{b}_j' \doteq \frac{\partial l_j}{\partial \mathbf{q}}.$$

Дисперсия ошибки оценивания имеет вид

$$D\hat{l}_j = \mathbf{X}_j'\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{d}}}\mathbf{X}_j.$$

Величины $D\hat{l}_j$, $j = 1, ..., 6$, представляют собой диагональные элементы матрицы $\mathbf{K}_{\hat{\mathbf{l}}}$. В зависимости от степени неопределенности знания матрицы $\mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{d}}}$ можно судить о точности оценок $\hat{l}_j$.

Рассматривались следующие случаи:

1. Матрица корреляций – единичная (самый оптимистический случай).

$$\overset{0}{D}\,\hat{l}_j \doteq \left\{ D\hat{l}_j \;:\quad \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{d}}} = \mathbf{I} \right\} = \sum_{i=1}^{n} X_{ji}{}^2.$$

2. Отсутствие информации о матрице корреляций (самый пессимистический случай).

$$\overset{1}{D}\,\hat{l}_j \doteq \max\left\{ D\hat{l}_j \ : \quad \mathbf{K}_{\tilde{\mathbf{d}}} - \text{произвольная} \right\} = \left(\sum_{i=1}^{n} |X_{ji}| \right)^2 .$$

3. Отсутствие корреляции между измерениями и априорными данными (умеренно пессимистический случай).

   Элементы корреляционной матрицы удовлетворяют условию

$$(1) \qquad \begin{array}{l} K_{pq} = 0, \quad p = 1, \ldots, 2s, \ q = 2s+1, \ldots, 2s+9, \\ |K_{pq}| \leqslant 1 \ \text{иначе.} \end{array}$$

   При этом допущении гарантированная дисперсия равна

$$\overset{01}{D}\,\hat{l}_j \doteq \max\left\{ D\hat{l}_j \ : \ (1) \right\} = \left(\sum_{i=1}^{2s} |X_{ji}| \right)^2 + \left(\sum_{i=2s+1}^{2s+9} |X_{ji}| \right)^2 .$$

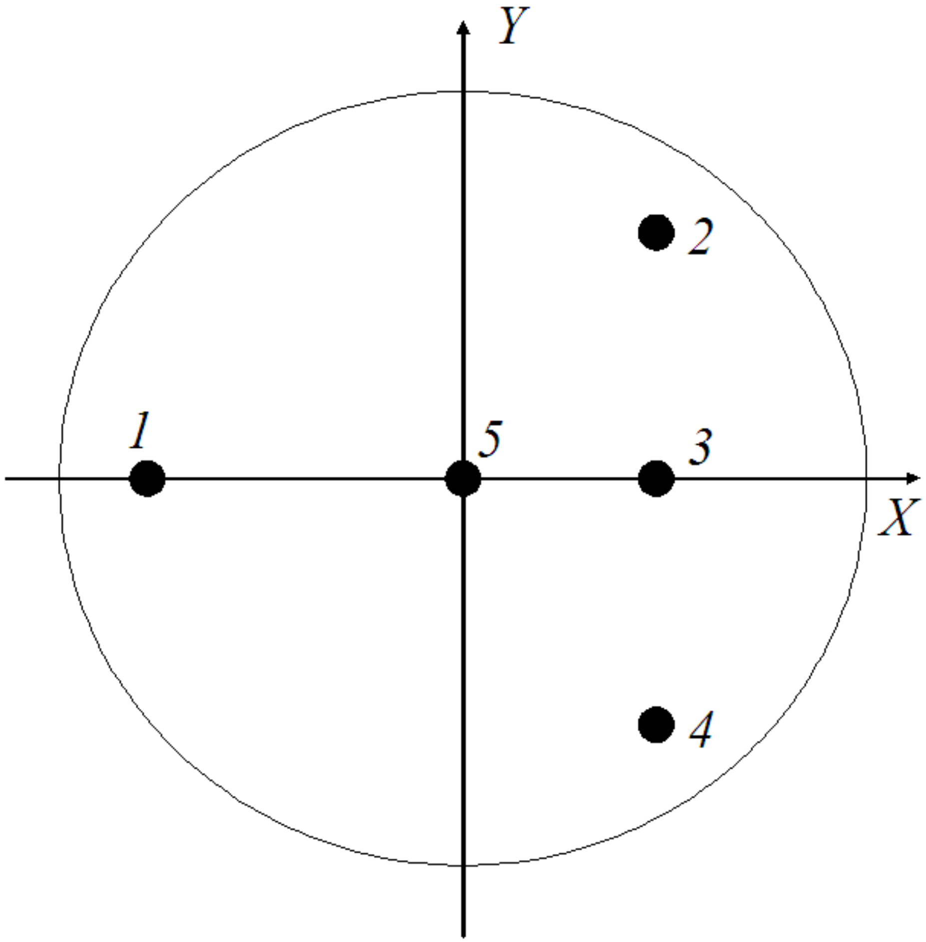
Оптимизация стратегии оценивания

Рассмотрим задачу нахождения минимальной дисперсии оценки параметра l_j на множестве всех линейных несмещенных алгоритмов оценивания при условии (1):

$$(\overset{1}{D}\hat{l}_j)^* \doteq \min\left\{\overset{1}{D}\,\hat{l}_j \;:\; \mathbf{H}\mathbf{X}_j = \mathbf{b}_j\right\}.$$

Оптимальный вектор $\mathbf{X}_j^*$ содержит не более p ненулевых переменных (p – размерность вектора $\mathbf{q}$).

Пусть $X_{j,1}^*, \ldots, X_{j,r}^*$ – компоненты, соответствующие оптическим измерениям, а $X_{j,r+1}^*, \ldots, X_{j,p}^*$ – компоненты, соответствующие априорным данным (нумерация условна). Тогда оптимальная стратегия оценивания для этого случая состоит в том, что $p - r$ соответствующих априорных данных полагаются равными своим априорным значениям, а остальные компоненты вектора $\mathbf{q}$ определяются однозначно по оптическим измерениям.



Результаты расчетов

$$\mathbf{R}(P) = \begin{pmatrix} 52 \\ 0 \\ 193 \end{pmatrix},$$

$$\gamma = 0, \psi = \pi/6,\ \theta = \pi/12,$$

$$f_x = f_y = 0,\ f_z = 0.5,$$

$$\sigma_{\mathbf{R}(P)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

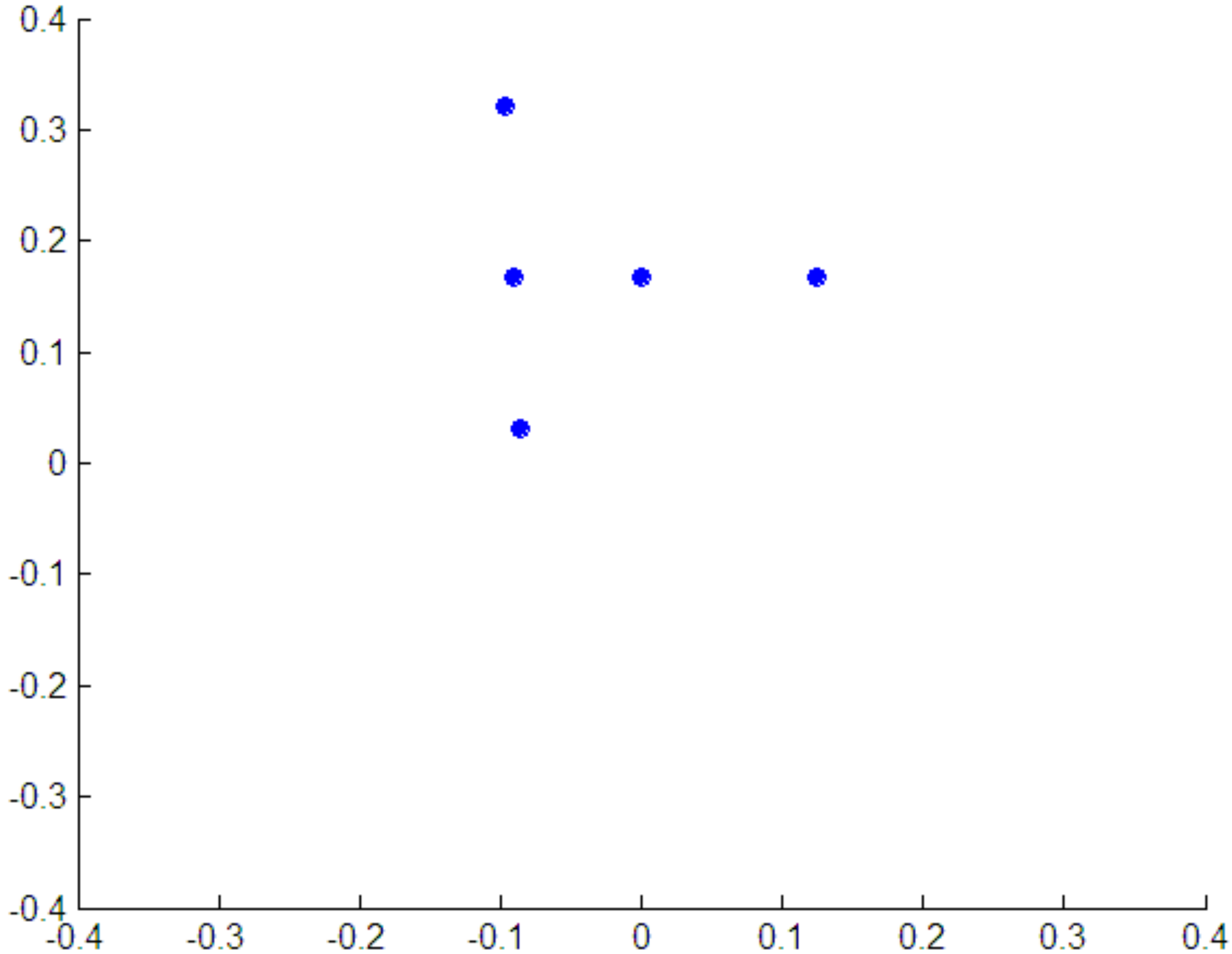
$$\sigma_\gamma = \sigma_\psi = \sigma_\theta = \pi/1800,$$

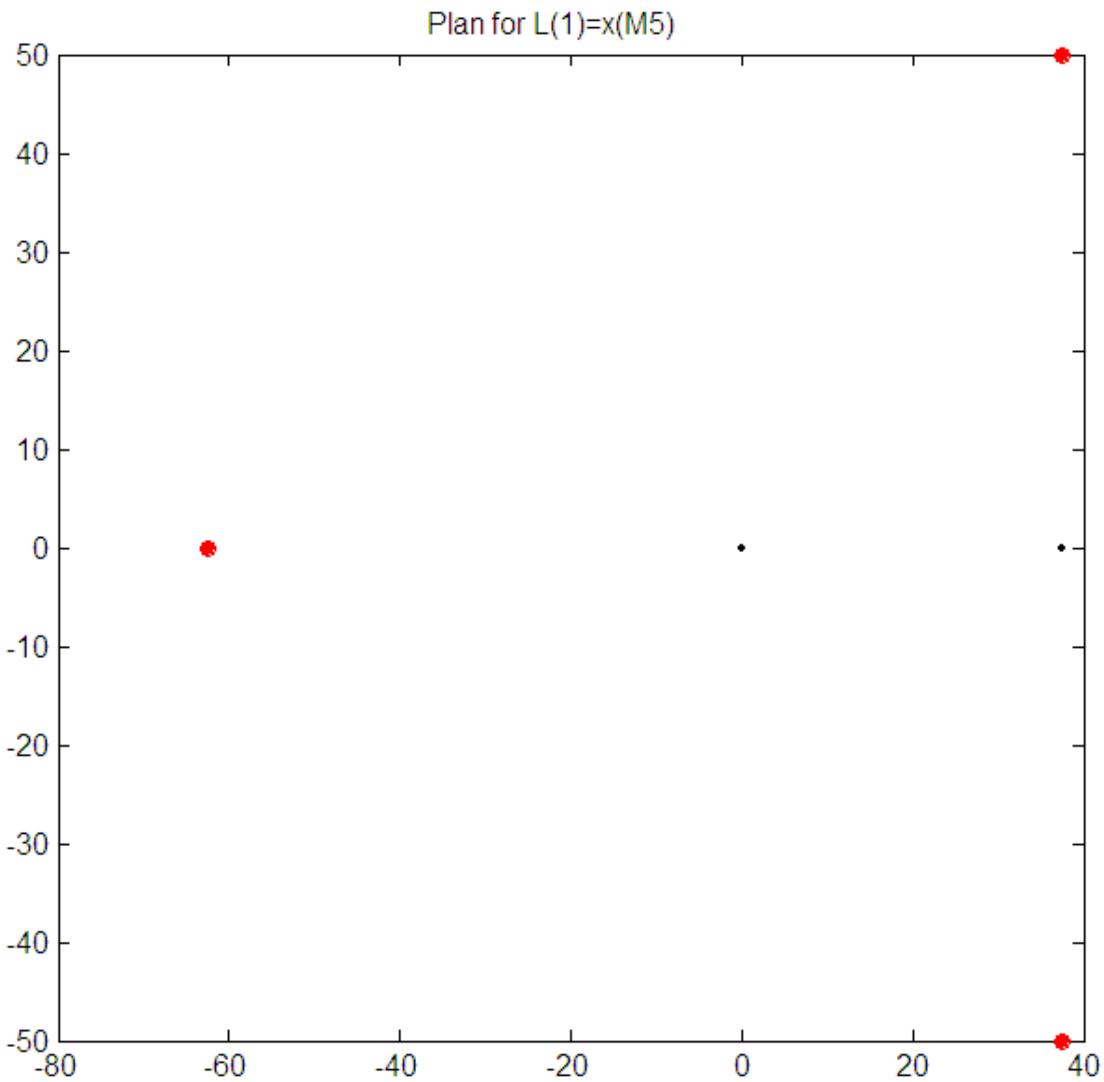
$$\sigma\left(f_x\right) = \sigma\left(f_y\right) = \sigma\left(f_z\right) = 10^{-4}.$$

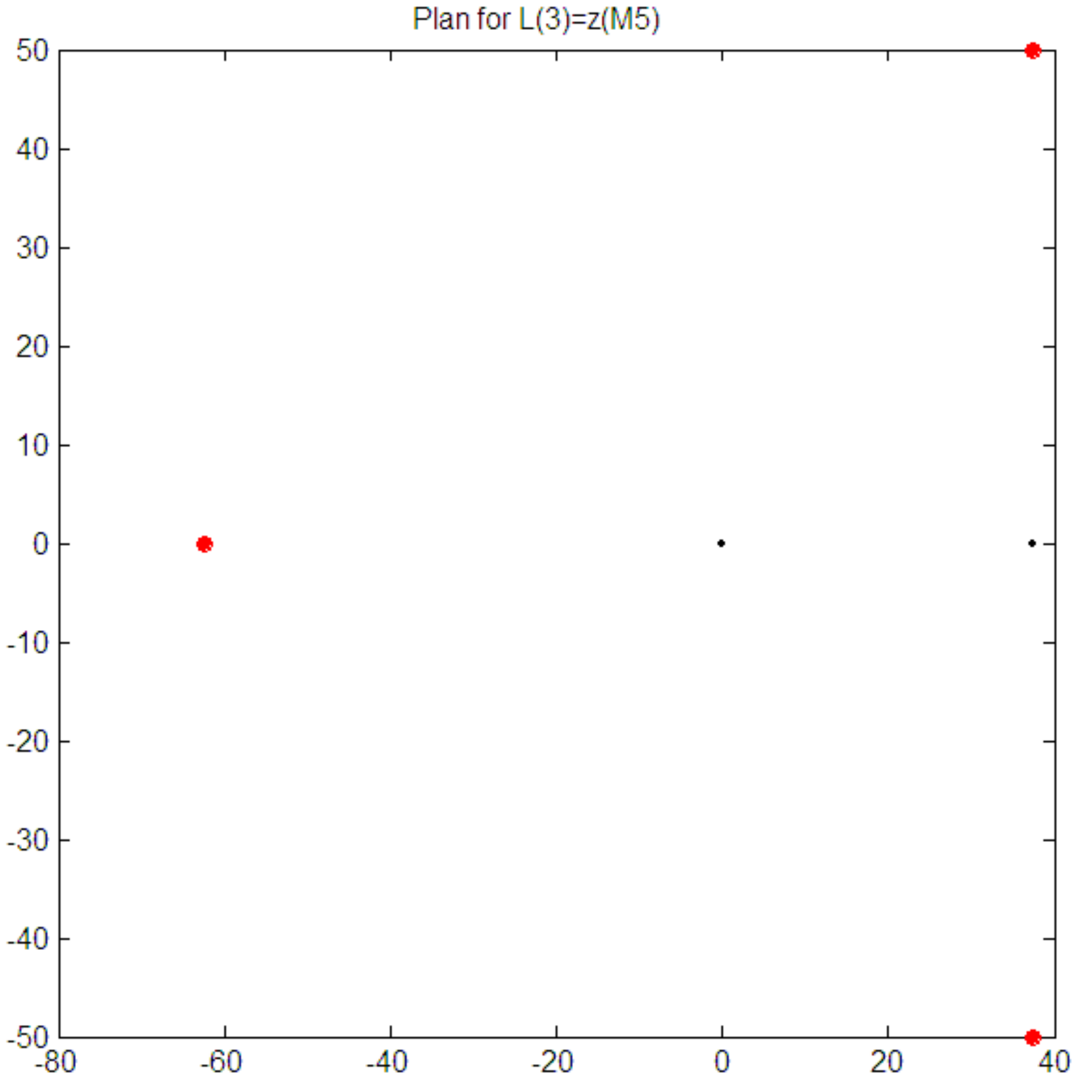
$$\overset{0}{\sigma}(\hat{\mathbf{q}}) = (0.31, \quad 0.33, \quad 0.28, \quad 0.0011, \quad 0.0016, \quad 0.0016, \quad 0.0001, \quad 0.0001, \quad 0.0001)'.$$

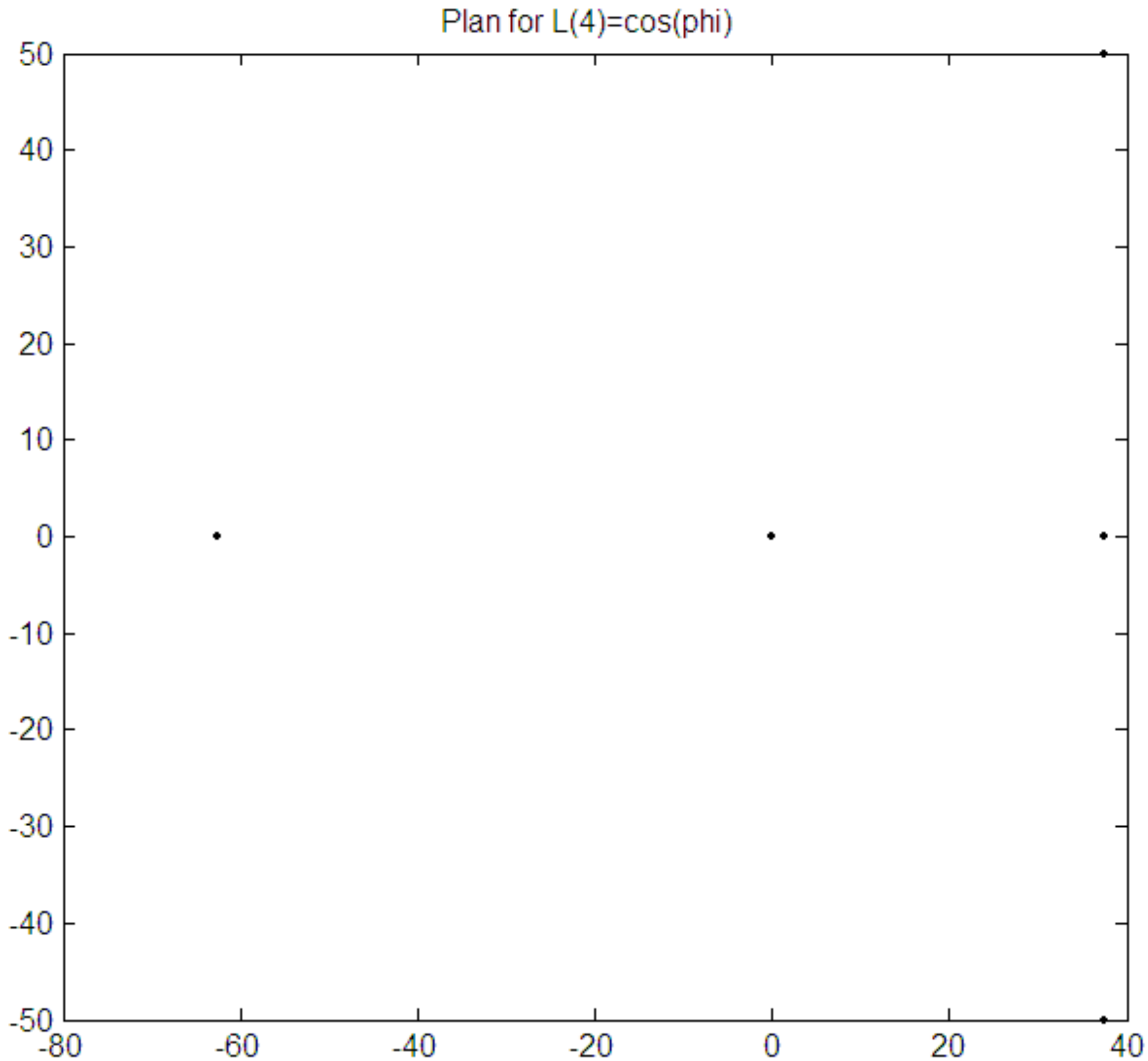
$$\overset{0}{\mathbf{K}}_{\hat{\mathbf{q}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -0.234 & 0 & 0.963 & 0 & 0.101 & 0 & 0.033 \\ 0 & 1 & 0 & 0.036 & 0 & -0.97 & 0 & 0.104 & 0 \\ -0.234 & 0 & 1 & 0 & -0.395 & 0 & -0.047 & 0 & 0.125 \\ 0 & 0.036 & 0 & 1 & 0 & -0.175 & 0 & 0.016 & 0 \\ 0.963 & 0 & -0.395 & 0 & 1 & 0 & -0.019 & 0 & 0.003 \\ 0 & -0.97 & 0 & -0.175 & 0 & 1 & 0 & 0.014 & 0 \\ 0.101 & 0 & -0.047 & 0 & -0.019 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.104 & 0 & 0.016 & 0 & 0.014 & 0 & 1 & 0 \\ 0.033 & 0 & 0.125 & 0 & 0.003 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Параметр	$\overset{0}{\sigma}$	$\overset{1}{\sigma}$	$\overset{01}{\sigma}$	$\overset{1}{\sigma}{}^{*}$
$x(M_5)$	0.59	1.26	0.93	0.81
$y(M_5)$	0.64	1.25	0.93	1.04
$z(M_5)$	0.32	0.93	0.68	0.72
$\cos(\varphi)$	$1.6 \cdot 10^{-3}$	$3.1 \cdot 10^{-3}$	$2.3 \cdot 10^{-3}$	$1.7 \cdot 10^{-3}$
ρ	0.59	1.26	0.93	0.81
d	0.32	0.93	0.68	0.72

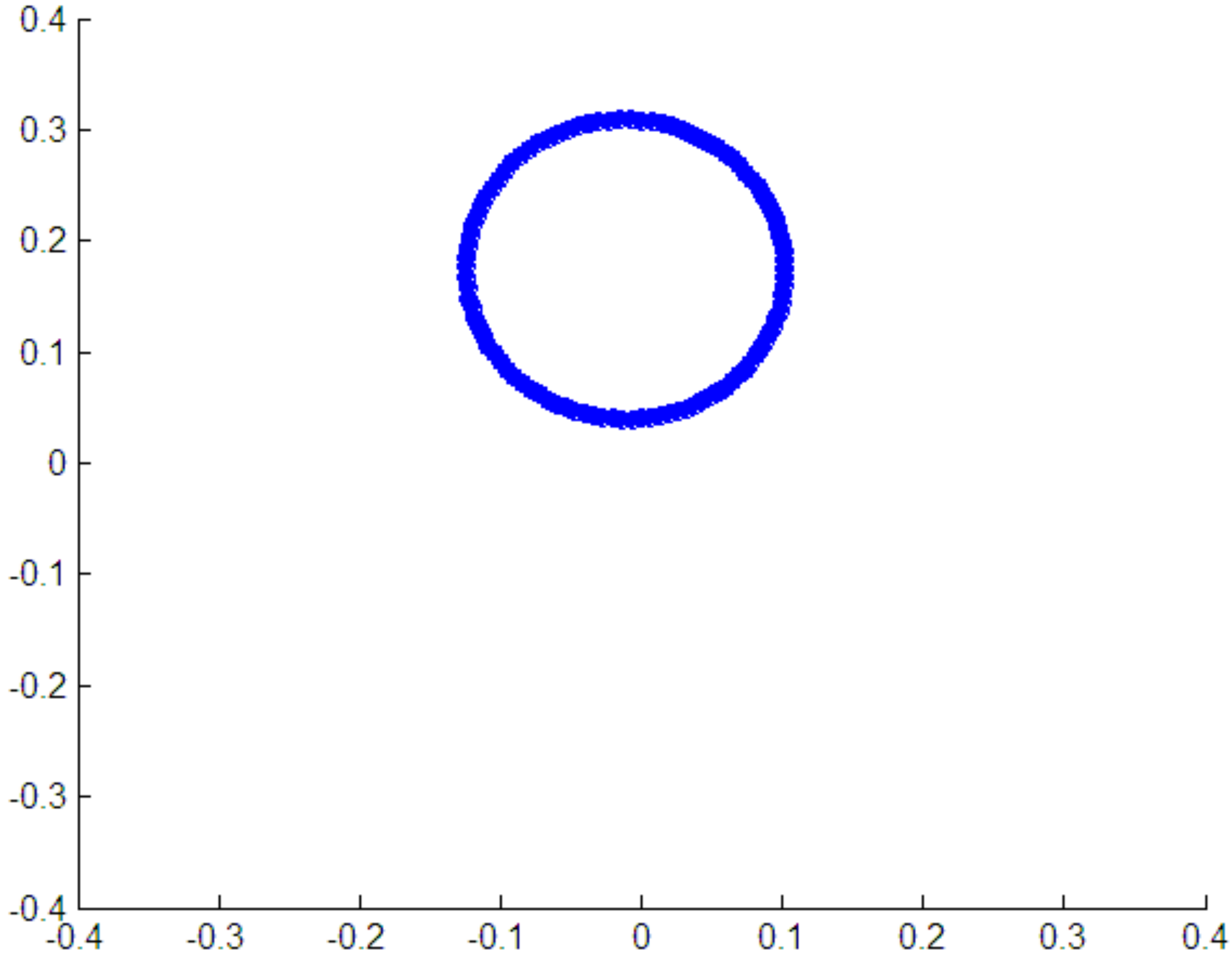

0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.4
-0.3
-0.2
-0.1
0
0.1
0.2
0.3
0.4

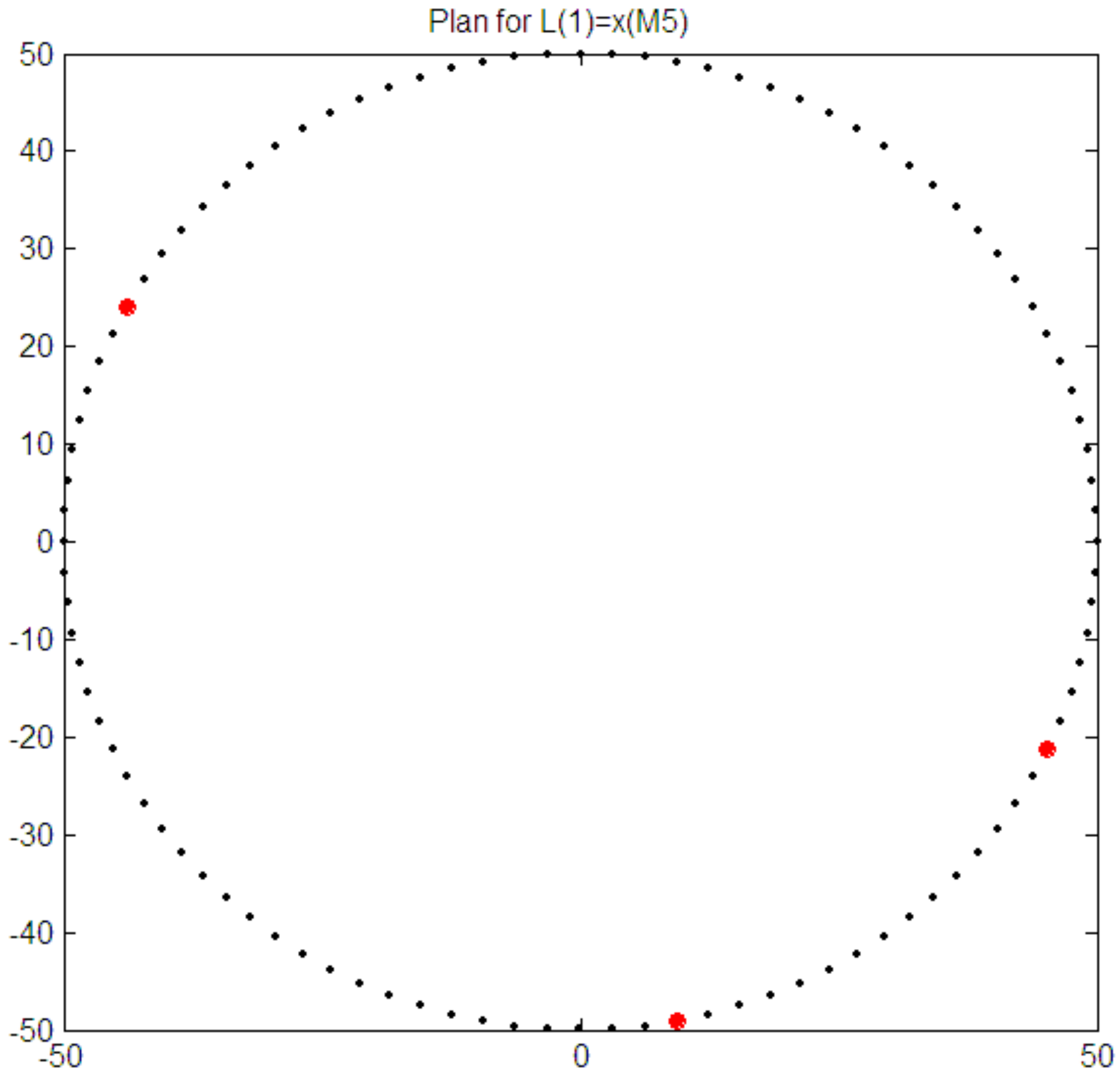

Plan for L(1)=x(M5)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-80
-60
-40
-20
0
20
40

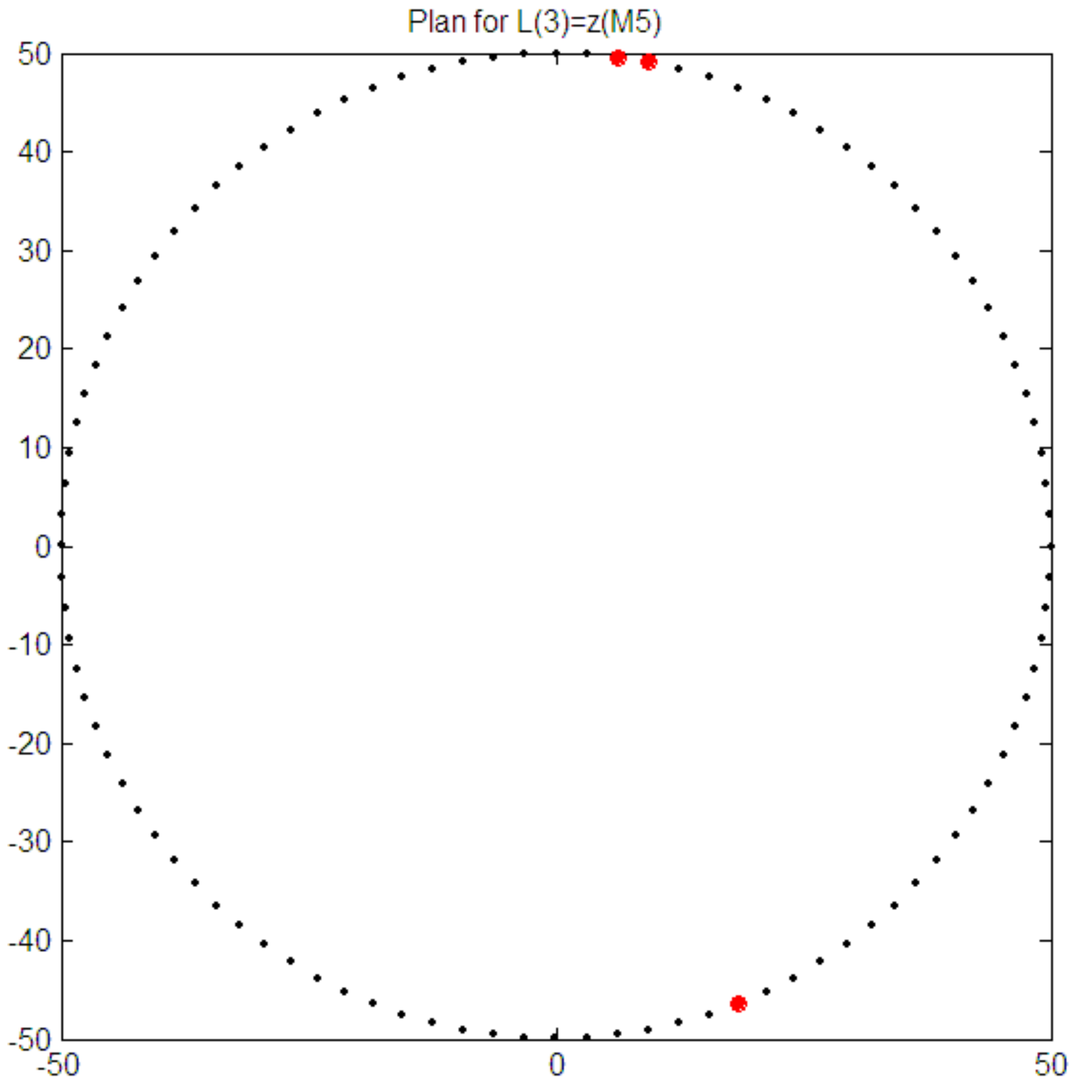

Plan for L(3)=z(M5)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-80
-60
-40
-20
0
20
40



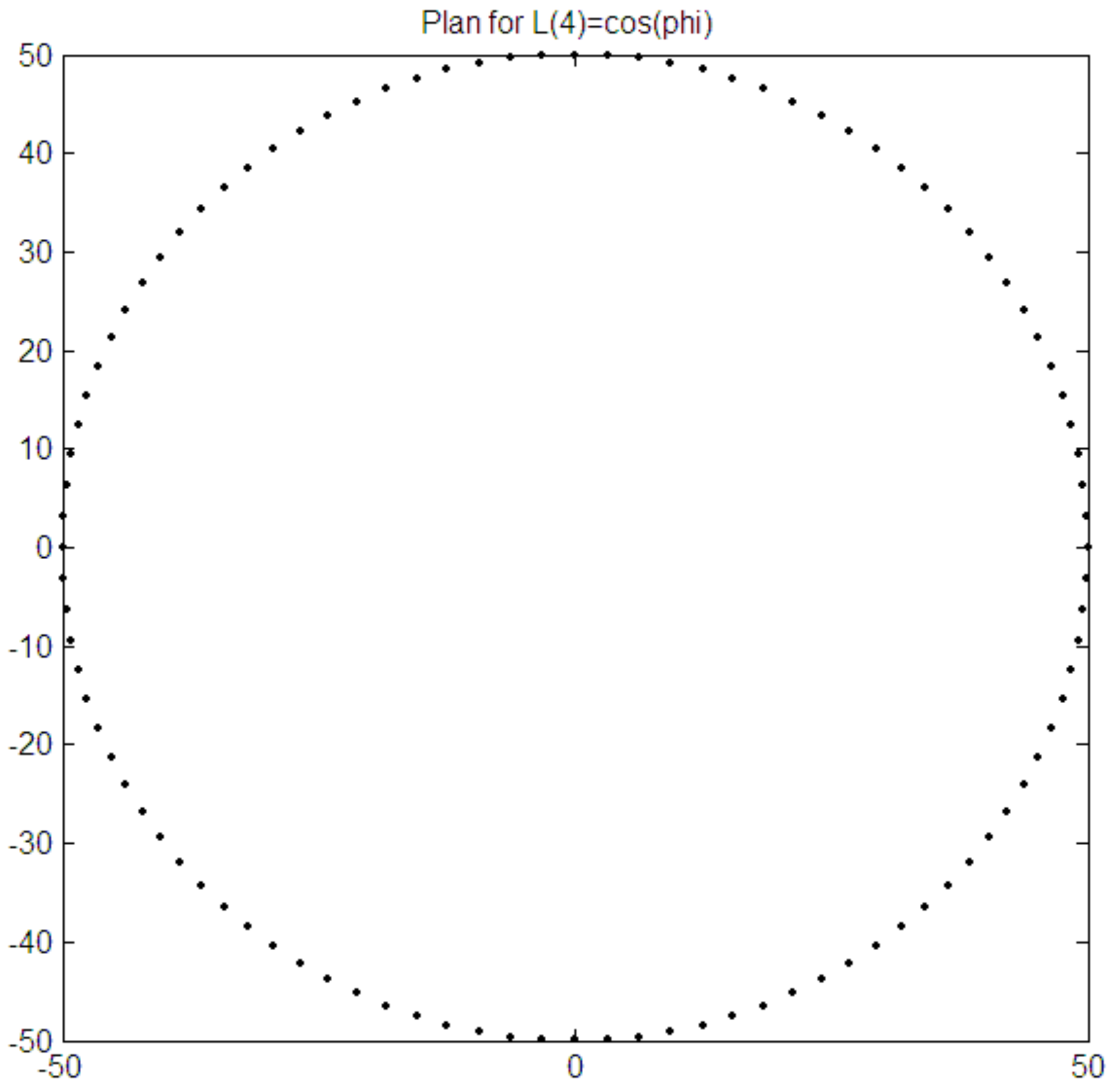
Plan for L(4)=cos(phi)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-80
-60
-40
-20
0
20
40

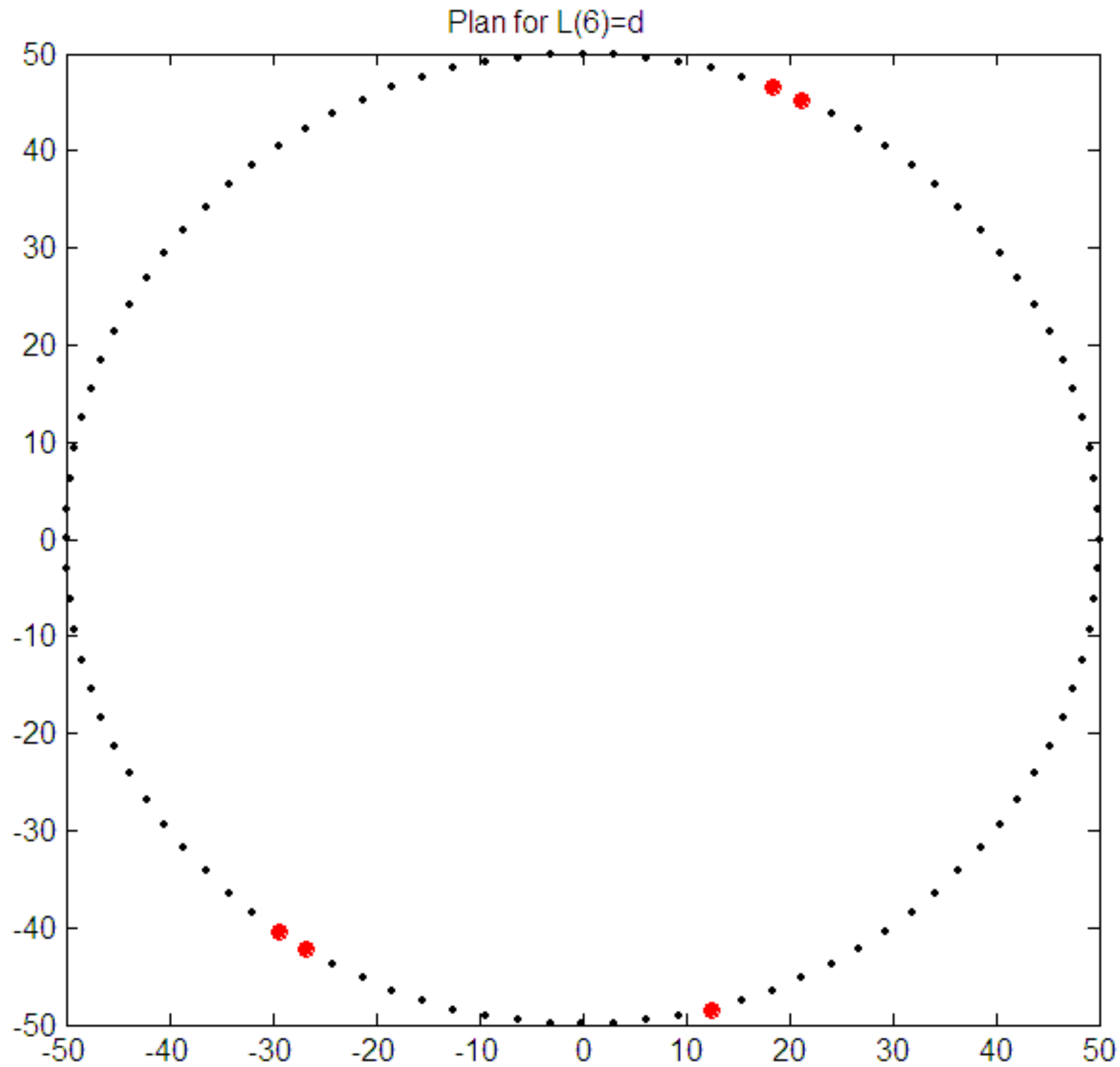

0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.4
-0.3
-0.2
-0.1
0
0.1
0.2
0.3
0.4


Plan for L(1)=x(M5)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-50
0
50



Plan for L(3)=z(M5)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-50
0
50


Plan for L(4)=cos(phi)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-50
0
50


Plan for L(6)=d
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-50
-40
-30
-20
-10
0
10
20
30
40
50